

Relazione sulla Memoria “ *I principii della Geometria
di Posizione composti in sistema logico-deduttivo* „
del Prof. M. PIERI.

Questa Memoria contiene l'analisi delle idee e delle proposizioni fondamentali della Geometria di Posizione.

L'analisi degli enti che si incontrano in una scienza qualunque porta a classificarli in due categorie: enti primitivi ed enti derivati. Gli ultimi possono essere definiti con definizioni nominali. I primi non possono essere in tal modo definiti; essi sono suscettibili di interpretazione arbitraria entro i confini assegnati dalle proposizioni primitive (assiomi o postulati).

L'A. assume due sole idee primitive, quelle di *punto*, e di *congiungente due punti*. La parola *punto* è sempre seguita dal termine *proiettivo*, avendo l'A. in mira di trattare ciò che con questo nome si intende in Geometria proiettiva.

Con queste due idee primitive l'A. definisce i vari termini che figurano nella Scienza considerata. Comincia con alcuni termini, quali "figura", "giacere", "eguale", ecc. strettamente ancora collegati alle idee di logica pura. Passa in seguito a definire il piano; e introduce il gruppo armonico mediante il quadrangolo di Möbius.

Coll'aiuto del gruppo armonico l'A. definisce il segmento proiettivo determinato da tre punti distinti a , b , c d'una retta. Esso è il luogo dei punti armonici di b rispetto ad una coppia di punti armonici rispetto ad a e c .

Col mezzo del segmento proiettivo l'A. nel § 7 definisce la frase "ordine naturale dei punti d'una retta", gli "ordini concordi", ed infine arriva a definire i due versi d'una retta. L'interessante risultato, che l'idea del verso d'una retta si possa scomporre nelle sole idee fondamentali da cui parte l'A., è qui esposto per la prima volta.

Seguono le definizioni del triangolo proiettivo, delle trasformazioni segmentarie, ecc. fino allo spazio assoluto.

Le proposizioni della Geometria di Posizione sono classificate in proposizioni primitive (assiomi o postulati) e teoremi. L'A. enuncia i postulati man mano ne sente il bisogno. Si scorge così da quali postulati dipenda ogni proposizione. Ad es. per dimostrare il teorema di Staudt ne sono necessari 18; l'ultimo è quello della continuità. L'A. dimostra infine l'indipendenza di ogni singolo postulato dai precedenti.

Da pochi anni si sono intrappresi studii nell'indirizzo in cui si è messo il Prof. Pieri. Prima si faceva, nei principii di Geometria, ampio uso dell'intuizione spaziale, sia nella definizione degli enti che nella dimostrazione delle proposizioni. E, lasciando in disparte ogni questione didattica, è cosa della più grande importanza scientifica il riconoscere quante idee ci basta prendere dall'intuizione spaziale, e quali proprietà di queste idee basta affermare, affinchè si possano in seguito, senza più ricorrere all'intuizione, comporre le altre idee e le altre proprietà. Ogni riduzione nel numero delle idee primitive e dei postulati, ogni loro nuova decomposizione è sempre un risultato interessante in sè, come verità pura; esso potrà pure avere applicazioni all'insegnamento.

Fra gli Autori che primi intrappresero un siffatto lavoro va

citato il PASCH; questi parte dalle idee di punto e di segmento, quali si presentano in Geometria elementare; con essi compone più altre idee geometriche; ma nuove idee primitive deve poi ancora introdurre per finire la sua trattazione.

Il Pieri invece si propone di analizzare direttamente le idee della Geometria proiettiva, come una scienza a sè, e non considerandola quale un prolungamento della Geometria elementare. Gli enti primitivi, e gli assiomi che ne enunciano le proprietà, e da cui parte l'A., hanno proprietà invariante per proiezione e per dualità. I varii Autori, da Staudt in poi, che così intesero la Geometria proiettiva, introdussero nei loro lavori più enti non definiti. I sigg. Fano (a. 1891) ed Enriques (a. 1894) espressero tutti i concetti della Geometria proiettiva mediante tre soli: punto, retta, e verso d'una retta.

Il Prof. Pieri, in una serie di lavori già pubblicati sullo stesso soggetto, provò come coi due primi concetti si possano esprimere molte idee della Geometria proiettiva. In questo lavoro Egli arriva a scomporre pure l'idea del verso d'una retta, nelle idee primitive precedenti, e a dimostrarne le proprietà coi soli postulati di configurazione, senza ricorrere a proprietà di connessione.

Parecchie delle trattazioni contenute in questo lavoro sono del tutto nuove. E se l'A. per necessità dovette esporre dapprima alcuni dei risultati già ottenuti, in questa esposizione tali risultati acquistano in semplicità e perfezione, e spesso li completa con nuove teorie.

Il lavoro è condotto in ogni sua parte con tutto quel rigore di logica, sia nella sostanza che nella forma, il quale è necessario in questioni ove volontariamente non si fa uso dell'intuizione. Esso contiene gran copia di risultati, frutto di perseveranti studii e calcoli. L'importanza del lavoro induce i Commissarii a proporre la lettura e la stampa nelle Memorie dell'Accademia.

E. D'OVIDIO.

C. SEGRE.

G. PEANO, *Relatore.*

L'Accademico Segretario

ANDREA NACCARI.