

Relazione sulla Memoria del Dr. Francesco SEVERI, intitolata: *Sulle intersezioni delle varietà algebriche, e sopra i loro caratteri e singolarità proiettive.*

I problemi della geometria numerativa si possono spesso riportare a questa forma: " Son date, in uno spazio conveniente S_r , due o più varietà algebriche V, W, \dots , le cui dimensioni danno per somma r : trovare il numero dei punti comuni a queste varietà, all'infuori eventualmente di alcune linee, superficie, ecc. che siano già date e giacciono su V, W, \dots . Fu appunto nel dare questa forma ai problemi numerativi dello spazio ordinario che taluni geometri (come CAYLEY e HALPHEN) furon condotti a considerare gl'iperspazi come nuovi ambienti per le ricerche geometriche.

D'altra parte l'interesse algebrico di quel problema d'intersezioni è evidente: si tratta in fatti delle soluzioni comuni ad un sistema di equazioni algebriche, come nel teorema di BÉZOUT, ma in ipotesi molto più generali! Ciò spiega il comparire di

E tutta questa scienza egli insegna ad edificare su *due sole* idee prime, non definite: il *punto* ed il *moto*!

È questo un risultato notevolissimo; nè pare che altri fosse giunto sinora a tanta semplicità nel sistema degli enti da assumersi come primitivi. Quanto al fatto che la nozione del moto prenda con ciò un ufficio importantissimo, là dove qualcuno (il VERONESE specialmente) vorrebbe bandirla dalla Geometria, si osservi che il moto compare qui solo come una particolare trasformazione dello spazio o corrispondenza fra punti. Se tale corrispondenza si chiami invece *congruenza* di figure, non si avrà più neppur l'apparenza di usare in Geometria una nozione appartenente alla Meccanica. D'altra parte si sa bene quanto spesso nelle dimostrazioni di EUCLIDE e dei trattatisti posteriori si adoperino le costruzioni di figure congruenti, ossia i movimenti; e come poi l'uso delle trasformazioni dello spazio, dei prodotti e dei gruppi di tali trasformazioni, domini, si può dire, tutta la geometria moderna. Orbene nel sistema di geometria elementare del Prof. PIERI si trova felicemente attuata un'applicazione ancor più ampia del consueto dei movimenti (ribaltamenti, simmetrie, ecc.) e dei loro prodotti nelle dimostrazioni dei teoremi: dal che queste risultano spesso semplificate.

Per mezzo dei punti e dei moti, e di una serie di postulati, l'A. definisce successivamente gli altri enti geometrici: retta, piano, sfera, cerchio, segmento, angolo, triangolo, ecc. Così: 3 punti diconsi *allineati* quando esiste un moto che li tien fissi. Il *piano* determinato dai punti a, b, c vien generato dalle rette che li congiungono ai punti delle rette bc, ca, ab . Sono ovvie le definizioni, per mezzo di movimenti, della *sfera* e del *cerchio*. Quanto ai *segmenti*, l'A. dice che un punto x della retta ab *giace fra* a e b quando è *interno* alla sfera di cui a e b son poli; il che, per una definizione precedente, equivale a dire che x è punto medio fra due punti di quella sfera, ossia che il piano perpendicolare in x alla retta ab incontra la sfera in qualche punto. — Fra i postulati (20 in tutto) che, come s'è detto, si associano a tutte queste definizioni dei vari enti (postulati, parecchi dei quali, com'è naturale, si riferiscono all'esistenza di moti che si comportino in certe maniere rispetto a quegli enti), alcuni sembrano ovvi e non differiscono sostanzialmente da postulati che si trovano in altri sistemi, taluni invece possono apparire

meno spontanei, come poco semplice parrà forse qualcuna delle citate definizioni. Tali impressioni possono del resto avere una causa puramente soggettiva, dipendendo dalle consuetudini invalse nella trattazione degli Elementi di geometria. In ogni modo è certo che dal punto di vista puramente *logico* il sistema del PIERI è pienamente soddisfacente, e contiene, come abbiamo già rilevato, un risultato di particolare importanza nella riduzione fatta delle nozioni primitive. Dal punto di vista *didattico* poi possiamo dire che, se anche non si vorrà adottare in tutti i particolari l'attuale trattazione, pure molta parte di quanto in essa si contiene potrà esser utilizzata con vantaggio.

Noi concludiamo col proporre alla Classe l'accoglimento della Memoria del Prof. PIERI fra i volumi accademici.

E. D'OIDIO.

C. SEGRE, *relatore*.

L'Accademico Segretario

ANDREA NACCARI.

