

H Sartore  
Inigo

vive

E' ardua impresa parlare di GUIDO CASTELNUOVO in questa Accademia, alla quale Egli appartenne per oltre <sup>50 anni</sup> ~~mezzo secolo~~; nella quale fu per qualche anno Segretario della Classe di Scienze fisiche; ~~presidendo parte alle varie iniziative accademiche; della quale~~ <sup>e</sup> dopo la ricostituzione ~~no~~ dell'Accademia, ~~di che~~ <sup>molto ad iniziativa ed opera Sua ne</sup> cui ~~egli stesso fu parte~~ <sup>ne</sup> ~~molto~~ fu acclamato Presidente, e tenne <sup>altissimo</sup> questo ufficio per quasi sei anni, ~~periodo durante il quale~~ ~~l'Accademia fu in un certo modo personificata in Lui.~~ Ho accettato l'invito del Consiglio di Presidenza per deferenza ~~al~~ Consiglio stesso, e per un ~~sentimento~~ <sup>di</sup> doverosa gratitudine al Maestro che, insieme all'indimenticabile e precocemente scomparso CORRADO SEGRE, guidò e sorresse i miei primi passi nella carriera, <sup>e del</sup> ~~le quali segue l'elenco di ricorsi lo ripido, per un fatto poco scientifico~~ Conobbi GUIDO CASTELNUOVO nel novembre dell'ormai lontano 1888; Egli era allora da un anno all'Università di Torino, assistente di ENRICO D'OVIDIO <sup>alla</sup> ~~alla~~ cattedra di Algebra Complementare e Geometria Analitica; io vi giungevo studente di primo anno, e la lezione di d'Ovidio era per me la prima lezione universitaria. Dopo la lezione, Castelnuovo, iniziando le esercitazioni, prese i nomi degli allievi presenti, e chiamò me alla lavagna per ripetizione e esercizi. Fu quello l'inizio di cordiali rapporti, sempre mantenuti, e divenuti affettuosa amicizia soprattutto nei cinque anni (1894-99) durante i quali ebbi l'onore di essere qui a Roma Suo assistente. L'ultima Sua lettera a me è del marzo di quest'anno, e fu certo una delle ultime da Lui scritte; lettera sconsolata, che mi lasciò penosa impressione, in quanto Egli si lagnava del male che ancora non accennava a scomparire, e <sup>almeno</sup> anelava a poter andare <sup>in</sup> macchina a Villa Borghese per passeggiare un po' al sole. ~~Di pochi anni più giovane di Lui, ebbi la fortuna~~

~~di poter seguire da vicino la sua rapida e meravigliosa ascesa scientifica, mentre Egli a sua volta fu relatore per due passi importanti della mia carriera, alla Facoltà di Scienze di Roma, secondo le norme allora vigenti, per la mia Libera Docenza; e relatore della commissione giudicatrice del concorso che mi portò alla Cattedra di Torino.~~

GUIDO CASTELNUOVO naque a Venezia il 14 agosto 1865; figlio di ENRICO CASTELNUOVO, autore favorevolmente noto di romanzi e novelle, soprattutto di ambiente veneziano; professore di Letteratura Italiana e poi Direttore <sup>di quella</sup> della Scuola Superiore di Commercio, ~~oggi Istituto Superiore di Scienze Economiche e Commerciali; nipote di LUIGI LUZZATTI, più volte Ministro, e per circa un anno (1910-11) Presidente del Consiglio dei Ministri. Al Liceo Foscarini ebbe come professore AURELIANO FAIFOER, insegnante efficace, autore di buoni libri di testo, e che già a proposito del postulato di Euclide, informava gli allievi, quale elemento di cultura, e come Castelnuovo stesso ebbe a raccontarmi, dell'esistenza di una geometria non euclidea, allora <sup>nessa poco</sup> quasi sconosciuta in Italia, e della quale era stato pubblicato nel 1868 il "Saggio di Interpretazione della Geometria Non Euclidea" di EUGENIO BELTRAMI; titolo modesto, pari soltanto all'immensa modestia dell'Autore, morto Presidente di questa Accademia. Nel 1882, spinto forse dall'attrattiva esercitata in Lui dalle lezioni di Faifofer, si iscrisse alla Facoltà Matematica dell'Università di Padova.~~

Per bene inquadrare la posizione scientifica di Castelnuovo, conviene dare uno sguardo a quelle che erano allora le condizioni della Geometria in Italia. Essa era ancora dominata dalla figura eminente di LUIGI CREMONA, primo Maestro <sup>di</sup> della rinnovata Geometria della rinnovata Italia. Allievo di FRANCESCO BRIOSCHI all'universi-

tà di Pavia, Cremona, come geometra, era ~~essenzialmente~~ autodi-  
 data, e si era formato collo studio delle opere dei geometri  
 francesi, tedeschi e inglesi, al cui acume ~~geometrico~~ egli  
 seppe sposare ~~una più felice intuizione~~ e un notevole gusto  
 artistico. La <sup>o/m</sup> produzione geometrica di Cremona si aggira per la  
 maggior parte nella Geometria Proiettiva, ~~formata~~ <sup>avvicinata per la porta</sup> nella prima  
 metà del secolo XIX; ~~e, grazie al rigore dei metodi e alla ele-~~  
~~ganza e semplicità dei risultati, stimata degna di stare a fianco~~  
~~della geometria elementare tramandataci dai Greci. La cattedra~~  
~~di geometria superiore,~~ <sup>cattedra</sup> per lui creata a Bologna nel 1860, era  
~~anche appunto,~~ allora, ~~di~~ Geometria Proiettiva. Anche quando Cremona  
 nei lavori sulle trasformazioni birazionali tra due piani o due  
 spazi, che per universale consenso portano il suo nome, e nella  
 rappresentazione piana delle superficie <sup>razionali</sup> ~~di terzo ordine e di altre,~~  
~~prepara materiale e risultati per future~~ <sup>metodi e argomenti</sup> ricerche, l'interesse  
 suo principale è volto alla Geometria Proiettiva; le proprietà dei  
 sistemi lineari ~~su~~ <sup>di tradizione</sup> curve piane invarianti per trasformazioni bira-  
 zionali ~~danno appunto~~ <sup>da questi sistemi</sup> proprietà proiettive delle superficie rappre-  
~~sentate da quei sistemi. Nel 1873,~~ <sup>Dal</sup> invitato dal Ministro ANTONIO  
 SCIALOIA a venire a Roma per riorganizzare <sup>la</sup> e dirigere la Scuola  
 Ingegneri, ~~da allora~~ la sua attività scientifica non potè essere  
 che saltuaria; ma dalla cattedra di Matematiche Superiori ~~continuò~~  
~~a~~ <sup>per un tempo</sup> a trasfondere nei discepoli la sua passione, a suggestionarli e ~~si~~  
 spingerli a nuove ricerche. Fra i suoi allievi primeggiavano EUGENIO  
 BERTINI, già tale prima che Cremona venisse a Roma; e GIUSEPPE  
 VERONESE, che a Castelnuovo fu Maestro a Padova. Veronese andò al  
 perfezionamento in Germania presso FELIX KLEIN, allora a Lipsia, ~~che lo~~  
~~tuttora nell'ordine di idee~~ <sup>avvicinato</sup> ~~stato allievo e assistente, il quale lo spi-~~  
~~gato~~ <sup>arrivò a ricerca di</sup>

*Guido Castelnuovo*

geometria ~~proiettiva degli spazi~~ <sup>proiettiva degli spazi</sup> a più dimensioni, ~~e iperspazi~~; e

una sua classica memoria ~~nel~~ <sup>nel</sup> Vol. XIX dei Mathematische Annalen (vol. XIX, 1881)

è il primo lavoro di Geometria Proiettiva sintetica degli iperspazi; studio sistematico delle più semplici figure di geometria proiettiva iperspaziale, e delle loro proiezioni su spazi inferiori <sup>(\*)</sup>.

~~le prime generalmente più semplici di queste ultime~~. A Torino ~~nel~~ <sup>intanto</sup> nel 1883 si laureava CORRADO SEGRE, non ancora ventenne, con una dissertazione ~~celestiale e magnetale~~ sulle quadriche in uno spazio qualunque e applicazioni alla geometria della retta; argomenti

e negli anni 1883-88 pubblicava ancora tutta una serie di lavori di geometria proiettiva iperspaziale. La corrente proiettiva estesa agli iperspazi ha pertanto dominato in Italia nel decennio 1880-90. In questo ambiente si innalza la corrente

scientifica di Guido Castelnuovo, che <sup>muovendo da Padova</sup> ~~doveva svolgersi nelle tre città: Padova, Torino, Roma~~ <sup>successivamente a</sup> ~~co~~

All'Università di Padova Castelnuovo conseguì nel 1886 la ~~laurea~~ laurea in matematica, con una dissertazione la cui parte principale ha il titolo: Studio dell'Involuzione Generale sulle Curve Razionali mediante la loro Curva Normale dello Spazio a n Dimensioni.

Egli vi definisce l'involuzione generale di ordine n - in sostanza l'insieme di tutti i gruppi di n punti di una retta ~~prevedendola~~ <sup>la quale è riferibile punto per punto a ogni curva razionale</sup>.

Quando una figura geometrica dipende da certi numeri, da k coordinate o parametri, si suol dire che l'insieme di queste figure è una varietà a k dimensioni, locuzione che si è dimostrata utile ~~ed è~~ <sup>è</sup> ~~conservata~~ <sup>conservata</sup> le parole curva e superficie per le varietà a una o due dimensioni. Spazio è una particolare varietà con proprietà analoghe a quelle del piano e dello spazio ordinario.

ordinario

variabili con continuità al variare di esse anche con continuità

invariazioni, argomenti di struttura, geometria proiettiva degli spazi a più dimensioni, l'aria del giorno, l'aria di ieri, l'aria di domani, l'aria di sempre

l'aria di ieri, l'aria di domani, l'aria di sempre, l'aria di oggi, l'aria di sempre, l'aria di ieri, l'aria di domani, l'aria di sempre

1883-88

~~sette la forma più semplice, cioè~~ come l'insieme dei gruppi negati <sup>di punti</sup> sulla curva razionale normale di ordine  $n$  dagli iperpiani dello spazio a  $n$  dimensioni; ~~cioè dagli enti analoghi ai piani dello spazio ordinario;~~ <sup>vi</sup> egli <sup>(vive)</sup> studia pure le involuzioni di minore <sup>(vive)</sup> dimensione e la polarità rispetto alla detta curva. L'anno successivo 1886-87 lo trascorse a Roma al perfezionamento presso Cremona; e ~~il~~ dal 1887 al 1891 fu a Torino, assistente di d'Ovidio, <sup>proprio a quest'ultima</sup> ~~per un anno~~

dal Segre, che con Castelnuovo era già in rapporti di corrispondenza. Per un anno (1889-90) ebbe anche un incarico di insegnamento all'Accademia Militare.

<sup>(accanto)</sup> quattro anni trascorsi da Castelnuovo a Torino, e ~~quattro~~

~~vi trascorse~~ l'amicizia che si stabilì tra Lui e Corrado Segre, <sup>il quale</sup> dovevano essere decisivi per <sup>il suo</sup> l'orientamento scientifico <sup>di lui</sup> di Castelnuovo. ~~Egli e Corrado Segre~~ ~~si erano incontrati senza saperlo~~ in una ricerca sui sistemi di rette contenuti in una varietà cubica

dello spazio a quattro dimensioni. Erano inoltre entrambi nello stesso ordine di idee, di applicare <sup>entrambi nell'</sup> e sfruttare <sup>la geometria proiettiva degli</sup> per altre curve

<sup>iperspazi</sup> <sup>o</sup> <sup>ricerche sulle curve</sup> algebriche che <sup>in genere</sup> <sup>o</sup> <sup>sono</sup> rappresentate da equazioni algebriche tra due <sup>o</sup> più variabili, <sup>la geometria proiettiva degli</sup> <sup>iperspazi</sup> <sup>o</sup> <sup>analogamente</sup> a ciò che Castelnuovo aveva fatto nella dissertazione di laurea per le curve razionali. E già <sup>anche</sup> esisteva, diversamente presentata e in forma non semplice, la materia prima da trattare. BERNARDO RIEMANN, di cui Castelnuovo ~~stesso~~ scrisse che "la sua gigantesca figura appare tanto più imponente quanto più ci allontaniamo dal tempo in cui visse" (1826-66) <sup>aveva</sup> appunto studiato, poco dopo la metà del secolo scorso, le funzioni <sup>algebriche</sup> razionali di <sup>una</sup> due variabili, <sup>funzioni legate cioè alla variabile da un'equazione algebrica, nonché</sup> gli integrali di queste funzioni, i cosiddetti integrali abeliani:

malaticcio, venuto più volte a cercar di ritrovare la salute sotto

La geometria algebrica e la Scuola Italiana, conferenza al Congresso Internazionale dei matematici di Bologna, 1928.

il bel sole d'Italia, ~~egli fece~~ ~~in vano~~ ripetuti soggiorni a Pisa, dove molto si legò col nostro BETTI. CLEBSCH fu il primo

a cercare nell'opera di Riemann interpretazioni e conseguenze interessanti <sup>geometria delle</sup> ~~le~~ <sup>più</sup> curve algebriche. Forma decisamente geometrica

diedero ai risultati di Riemann due altri matematici tedeschi,

ALESSANDRO BRILL e MAX NOETHER, interpretando l'equazione ~~che~~ <sup>di Riemann</sup>

*tra funzione e*

~~due~~ <sup>due</sup> variabili come equazione di una curva piana, e considerando

i gruppi di punti intersezioni di questa curva con <sup>dello stesso piano</sup> altre; in particolare,

al variare <sup>una in</sup> di questa seconda ~~curva~~ un cosiddetto sistema lineare, le risultanti serie lineari di gruppi di punti. Ordine

della serie è il numero costante dei punti di ogni singolo gruppo;

dimensione, l'ordine d'infinità dei gruppi stessi; proprietà carat-

teristica delle serie lineari di dimensione  $r \geq 2$ , che ~~per~~  $r$  punti

generici della curva appartengono a uno e un solo gruppo della serie.

Dal desiderio di esporre col linguaggio degli iperspazi,

ormai familiare alla Scuola italiana, i risultati contenuti nelle

memorie di Riemann e di Brill-Noether, <sup>ma pure con modificazioni intere ed</sup>

~~evitare qualche dimostrazione artificiosa~~, <sup>nacquero</sup> i primi lavori di Castelnuovo del periodo torinese: "Geometria sulle Curve Ellittiche"

e "Ricerche di Geometria sulle Curve algebriche". ~~In questi lavori~~

il punto di partenza è anche cambiato, e preso in una formula nume-

rativa già usata da Corrado Segre. Le proprietà delle curve alge-

briche ~~per~~ prese in esame sono proprietà invarianti per trasfor-

mazioni birazionali, <sup>ovvero</sup> cioè che si conservano nelle trasformazioni

algebriche e <sup>univoche</sup> ~~in ambo i sensi~~, nelle quali <sup>una</sup> cioè ad un punto <sup>generico</sup>

di ciascuna curva corrisponde uno ed un solo punto dell'altra,

come p.es. nella proiezione di una curva dello spazio da un centro

generico sopra un piano. Su queste curve si studiano le serie

lineari di gruppi di punti, cercando tra <sup>più</sup> le curve in corrispondenza

birazionali <sup>tra loro</sup> ~~colle~~ prime, ossia ~~ed esse~~ birazionalmente equivalenti.

*es. del capitolo*  
*ma pure con modificazioni int.*  
*qualche dimostrazione artificiosa*

un opportuno modello proiettivo, sul quale la serie venga segata nel modo più semplice; ~~vale a dire da rette se si tratta di una curva piana, da piani se si tratta di una curva nello spazio ordinario, e in uno spazio a n dimensioni dagli iperpiani di questo spazio, come Castelnuovo aveva fatto nella dissertazione di laurea~~

*la serie lineare; e le proprietà comuni a quelle curve trizionalmente equivalenti diventano la serie lineare.* In questo modo lo studio delle serie lineari viene per così dire proiettivizzato, e reso più facilmente accessibile alla nostra intuizione.

~~E l'iniziativa geometrica degli italiani ha corrisposto prontamente a questa iniziativa. Serie lineari complete, cioè non contenute in altre dello stesso ordine e di maggior dimensione, sono rappresentate da curve normali, cioè non proiezioni di altre dello stesso ordine di uno spazio n superiore. Alle serie lineari contenute in una stessa curva si possono applicare le operazioni di somma~~

*di già proporzionate a Riemann attraverso i differenziali a beliani (specie) e*

~~la serie somma di due o più altre~~ sottrazione, e moltiplicazione per un intero *(la serie somma di due o più altre contiene tutti i gruppi risultanti dall'insieme di un gruppo di ciascuna di queste ultime. La moltiplicazione per un intero si ha nel caso di addendi coincidenti, e conduce alle serie multiple di una data).* Fra i caratteri invarianti di una curva ha particolare importanza il genere; e fra le serie lineari esistenti su una curva di genere  $g > 1$ , la cosiddetta serie canonica di ordine  $2g-2$  e dimensione  $g-1$  (già presentata a Riemann, attraverso i differenziali abeliani di 1° specie)  $\mathcal{C}(1)$ , e  $2g-2$  ~~e dimensione  $g-1$~~ , ha sua volta rappresentata da una curva di ordine  $2g-2$  in uno spazio di dimensione  $g-1$ , detta anch'essa curva canonica. E' ~~stato~~ un nuovo alito di vita che entra così nella geometria algebrica; cioè delle figure algebriche. <sup>(1)</sup> questa organica ricostruzione, questa più alta comprensione della geometria sulle curve algebriche, questo innesto del pensiero geometrico italiano su concezioni analitiche e algebriche di oltr'alpe, che ha dato origine alla voce, come RENE' GARNIER ha ricordato nella sua

*le serie multiple di una data, o per le serie addendesi (trinomios).*

*(g-1)*

(1) Questa serie può definirsi invariantivamente come la differenza costante ottenuta sottraendo ~~la serie~~ la serie doppia di una data, supposto quest'ultima di ordine  $n$ , dalla ~~serie~~ cosiddetta sua serie jacobiana, di ordine  $2(n+g-1)$ , contenente tutti i gruppi dei punti doppi delle serie  $6g^2$  contenute nella prima.

"Notice <sup>n</sup> nécrologique" letta il 4 giugno u.s. all'Accademia delle Scienze di Parigi, e come già nel 1894 si diceva ~~pure~~ in Germania, tanto i due giovani matematici Corrado Segre e Guido Castelnuovo erano ~~conosciuti anche~~ all'estero, che la nuova geometria sulle curve algebriche era nata ad opera loro "a Torino, passeggiando sotto i portici di via ~~PO~~" (~~ove appunto si incontrarono la sera~~).

Nella memoria "Ricerche di Geometria sulle Curve Algebriche" Castelnuovo ~~perviene anche a un risultato nuovo e importante: la~~ determinazione <sup>pure di</sup> del genere massimo di una curva di ~~dato~~ ordine <sup>assegnato</sup> appartenente a un dato spazio, e delle superficie su cui tali curve di genere massimo ~~devono giacere~~.

*Segue* ~~Al periodo torinese appartengono anche~~ alcune note di Castelnuovo di geometria numerativa, nelle quali l'interesse principale ~~si~~ si concentra sul numero, supposto finito, delle soluzioni di un determinato problema; numero che non varia se la curva si fa ~~variare~~ variare in modo continuo. Altri lavori riguardano le superficie algebriche le cui sezioni piane hanno un ~~genere~~ genere assegnato; e due ~~breve~~ <sup>note</sup> nei Rendiconti dell'Istituto Lombardo (1890-91), contengono ~~particolari~~ <sup>alcune</sup> ricerche su superficie algebriche, ~~importanti per il~~ <sup>le prime</sup> seguito. <sup>In Italia sulla teoria generale di queste superficie.</sup> Al campo delle curve algebriche appartengono anche lavori di Castelnuovo pubblicati dopo il suo trasferimento a Roma, ~~tra i~~ <sup>tra i</sup> quali mi limito a ricordare una nota del 1906 sulle serie algebriche di gruppi di punti di una curva, <sup>su cui</sup> nella quale è stabilito un massimo per il numero dei punti doppi di tale serie, e dimostrato che questo massimo è raggiunto sempre e ~~solo~~ <sup>quasi</sup> solo quando ~~gli~~ <sup>quei</sup> gruppi stessi appartengono a una serie lineare dello stesso ordine.

Al periodo torinese appartiene infine la lunga memoria ~~"Ricerche generali sopra i Sistemi lineari di Curve Piane"~~, presentata nel marzo 1891 all'Accademia di Torino, ~~e inserita in quei volumi~~ <sup>lavoro importante, perché in</sup>

~~accademici.~~ In esse si trovano usati e ampiamente sfruttati concetti fondamentali relativi a sistemi lineari di curve, ~~piane~~, che si sono dimostrati fecondi anche per superficie non piane; quelli della serie caratteristica di un sistema lineare di curve, ~~che della serie~~ <sup>cioè</sup> ~~segata~~ <sup>dei gruppi di punti</sup> su ~~di~~ una curva generica del sistema da tutte le altre; la distinzione (su cui non entro in dettagli) fra caratteri effettivi e virtuali; <sup>di un sistema</sup> la sovraabbondanza eventuale del sistema, cioè il numero delle condizioni imposte alle curve del sistema, che sono già conseguenze di altre. Importantissimo il concetto del sistema lineare aggiunto al sistema dato, cioè, se il primo si compone di ~~arbitrarie~~ <sup>il sistema</sup> curve di ordine  $n$ , delle curve di ordine  $n-3$  che passano <sup>semplicemente</sup> per gli eventuali punti doppi delle prime, e più generalmente hanno in <sup>multiplicità</sup> ogni punto ~~esempio~~ di questo <sup>intersezione di un punto</sup> ~~la~~ <sup>il sistema</sup> ~~quello~~ <sup>quello</sup> molteplicità ~~di~~; e dei sistemi successivi aggiunti (cioè dell'aggiunto dell'aggiunto, o secondo aggiunto, ecc..). Nel piano ~~queste~~

La serie dei successivi aggiunti ha certamente termine, poichè gli ordini di ~~queste~~ <sup>in queste</sup> curve vanno gradatamente diminuendo; non così però sopra altre superficie. Sulle curve del sistema dato, le <sup>(prime)</sup> aggiunte

secano i gruppi della serie canonica, ~~è~~ <sup>estorse</sup> il genere  $p$  di una curva piana ~~è~~ <sup>è</sup> il numero di queste <sup>aggiunte</sup> ~~linearmente~~ <sup>linearmente</sup> indipendenti.

Nel 1891 Castelnuovo vinse il concorso alla cattedra di Geometria Analitica e Proiettiva nell'Università di Roma, cattedra ch'egli tenne fino al 1935, quando, in seguito al modificato limite di età per i professori universitari, fu collocato a riposo.

Come dirò in seguito

VIVE

indipendenti con

La riunione dei due corsi tradizionali di geometria analitica e geometria proiettiva in un unico insegnamento (oggi applicata in tutte le nostre università) era stata chiesta dalla Facoltà di Roma, a iniziativa dei Professori ~~Giuseppe~~ <sup>due corsi</sup> Valentini e ~~Leopoldo~~ <sup>sia</sup> Valentini, per evitare ~~un~~ <sup>un</sup> eccessivo frazionamento dei corsi sia ripetizioni, in quanto p. es. la teoria delle coniche e talvolta anche delle quadriche

+ della cattedra di Geometria  
 nel 1891

è il genere  $p$  di una curva piana  
 è il numero di queste aggiunte linearmente  
 indipendenti

~~Forse anche si voleva evitare ripetizioni; p.es. la teoria delle~~  
~~coniche veniva~~ <sup>generalmente</sup> svolta in ambo i corsi suddetti. Castelnuovo  
 stesso dopo aver dato da principio alla geometria proiettiva un  
 certo sviluppo, lo ridusse gradualmente; e dopo aver dato alla ~~xx~~  
 prima edizione a stampa delle sue lezioni il titolo "Lezioni di  
 Geometria Analitica e Proiettiva", diede alle edizioni successive  
 il semplice titolo "Lezioni di Geometria Analitica". Libro modello  
 di chiarezza, di armonico equilibrio fra i vari capitoli, e alta-  
 mente suggestivo, tanto che a più d'una delle mie allieve di Torino  
 ho sentito dire: "il libro di Castelnuovo si legge come un romanzo".  
 Recentemente ne fu anche pubblicata a Buenos Aires una traduzione  
 in Castigliano. - Non credo invece generalmente noto che il concorso  
 era stato chiesto dalla Facoltà di Roma un anno prima, e vinto pure  
 da Castelnuovo; ma fu annullato dal Ministro, su conforme proposta  
 del Consiglio Superiore di P.I., in quanto la Commissione aveva giu-  
 dicato i titoli di Castelnuovo scientificamente superiori a quelli  
 di <sup>un</sup> altro concorrente (Del Re), ma questi ultimi più inerenti alla  
 materia oggetto del concorso. Residuo forse di una mentalità che ~~ri-~~  
 doveva essere ed è stata superata, che cioè titoli ritenuti fino  
 allora di Geometria Superiore, della quale vi era stato ultimamente  
 qualche concorso, non si dovessero considerare egualmente validi  
 per materie di primo biennio.

Nel novembre 1892, quando Castelnuovo iniziava il secondo  
 anno di <sup>insegnamento di</sup> ~~Roma~~, venne qui, pure al perfezionamento presso Cremona,  
 FEDERIGO ENRIQUES. Già laureato da un anno, proveniente dall'Uni-  
 versità e Scuola Normale Superiore di Pisa, dove aveva avuto Maestri  
 fra i più eminenti d'Italia: ENRICO BETTI, ULISSE DINI, LUIGI  
 BIANCHI, VITO VOLTERRA, ~~appena trentenne~~, egli desiderava fa-  
 miliarizzarsi col nuovo indirizzo di Geometria Algebrica che, ~~a~~

~~iniziativa di Corrado Segre, si era cominciato a coltivare in~~  
 Italia. Si rivolse perciò a Castelnuovo per consiglio ed aiuto. <sup>questo</sup>  
~~Castelnuovo ebbe il merito di accorgersi subito che a Enriques~~  
 non si potevano consigliare, come ad altri, letture di memorie  
 originali, <sup>in</sup> nelle cui pagine egli avrebbe veduto soltanto "quello  
 che la sua stessa mente <sup>gli avrebbe</sup> proiettato"; e che ~~il modo~~  
<sup>migliore</sup> ~~di~~ di soddisfare il suo desiderio era la "conversazione peri-  
 patetica". Cominciarono allora <sup>(come riferisce lo stesso Castelnuovo)</sup>  
 quelle interminabili passeggiate per le vie di Roma, <sup>X</sup> durante le  
 quali Enriques dapprima rapidamente assimilò quanto la Scuola Ita-  
 liana già aveva prodotto nel campo delle curve algebriche; e, dal  
 gennaio al giugno <sup>X</sup> 1893, discusse con Castelnuovo e ~~redasse~~ <sup>redasse</sup> la sua  
<sup>prima</sup> Memoria <sup>sulle superficie</sup> "Ricerche di Geometria sulle Superficie Algebriche", ~~colla~~  
~~quale e con qualche altro lavoro, si presentò al concorso per la~~  
~~cattedra di Geometria Proiettiva e Descrittiva nella Università di~~  
~~Torino, vinto da LUIGI BERZOLARI. Enriques, pur non potendo aspirare~~  
~~alla vittoria, fu dichiarato "eleggibile"; e in seguito a questa~~  
~~eleggibilità poté avere l'incarico della stessa disciplina nella~~  
~~Università di Bologna, cattedra di cui, con un nuovo concorso,~~  
~~divenne poi titolare. A Castelnuovo <sup>fu</sup> toccò pertanto il compito di~~  
~~essere trait-d'union tra Corrado Segre e Enriques; e lo disimpegnò,~~  
~~come ogni altro ufficio, egregiamente, <sup>anche</sup> in questo modo, senza~~  
~~dubbio. Egli ha efficacemente contribuito allo sviluppo della geo-~~  
~~metria in Italia.~~

<sup>X</sup>  
 Commemorazione del socio Federico Enriques, Rend. Acc. <sup>questa</sup> Lincei  
 (8), Vol. II, p. 3. (1947)

*a capo*

La nuova conoscenza sboccò pure in breve volgere di tempo in nuovi affetti, col matrimonio di Castelnuovo colla sorella maggiore del collega e amico Enriques, e nella formazione di una nuova famiglia, nella quale sempre regnò la più completa armonia, e i genitori celebrarono sei anni or sono le nozze d'oro. Naturalmente la collaborazione scientifica Castelnuovo-Enriques continuò più viva che mai, con benefica influenza reciproca<sup>(1)</sup>, e anche sullo sviluppo ulteriore della Scuola Geometrica Italiana.

A Roma si apre per Castelnuovo il periodo della piena maturità e potenza d'ingegno, della più elevata produzione geometrica. Ora sono in primo piano i problemi concernenti le superficie algebriche; in particolare le loro proprietà invarianti ~~rispetto a~~ *per* trasformazioni birazionali; la possibilità di precisare le proprietà di una superficie mediante i valori assunti da certi caratteri analoghi al genere di una curva. Lo studio delle superficie algebriche dal punto di vista delle trasformazioni birazionali era stato iniziato da matematici stranieri, principalmente dal

*a capo*

*magiscola*

Nöther, circa 20 anni prima, ma non era molto progredito. Mentre alcune questioni sulle curve, anche fra quelle ultimamente trattate, si estendevano facilmente alle superficie; p.es.: le proprietà delle serie lineari di gruppi di punti applicandole ai sistemi lineari di curve; la nozione di sistema lineare completo, le operazioni di somma, sottrazione e moltiplicazione per un intero sui sistemi di curve; per altre questioni, e già per l'estensione alle superficie del concetto di genere, si erano incontrate difficoltà piuttosto sconcertanti.

Due diverse definizioni del genere, equivalenti nel caso delle curve, se estese alle superficie, avevano condotto per questi a caratteri numerici che risultavano in certi casi <sup>eguali, in altri casi diversi</sup> ~~diversi~~, ~~per~~ <sup>sempre</sup> essendo entrambi invarianti per trasformazioni birazionali. Si era giunti così alla considerazione di un primo genere, o genere geometrico

<sup>(1)</sup> Erano temperamenti diversi: Enriques intelligenza, impulsivo; Castelnuovo più cauto. L. Roth, nel suo cenno necrologico su Castelnuovo (Nature, 14 giugno 1952), ritiene "incalcolabile" la loro influenza reciproca.

condizioni tutte distinte. Per una superficie di ordine  $n$  dello spazio a tre dimensioni le superficie analoghe, chiamate anche aggiunte, sono quelle <sup>di ordine  $n-4$</sup>  che passano per la curva doppia della prima. Si può considerare il numero effettivo delle superficie indipendenti che soddisfano a tale condizione; e questo è un primo carattere, considerato da Clebsch e Noether (1868-69), invariante per trasformazioni birazionali, che è stato chiamato genere geometrico. Ma le condizioni così imposte a una superficie di ordine  $n-4$  non sono sempre tutte distinte. E se si determina il loro nu-

- 13 -

(Pg)

co  $P_g$  (Clebsch, Noether, 1868 - 69) e di un genere numerico o aritmetico  $P_a$  (Cayley, Zeuthen, Noether, 1871) eguale o inferiore al primo, e eventualmente anche negativo.

non riguarda al primo tempo le superficie irregolari. Si sono chiamate superficie regolari le superficie per le quali i due generi coincidono; irregolari le altre, e irregolarità la differenza  $P_g - P_a$ . Come superficie irregolari erano già note le rigate irrazionali ( $P_g < 0$ , negativo) e le superficie trasformabili birazionalmente in queste, cioè contenenti un fascio non lineare di curve non razionali; ma altri esempi si trovarono in seguito, e uno l'aveva già dato Castelnuovo nella prima delle due note del 1891 nei Rend. dell'Istituto Lombardo. <sup>influisce</sup> Queste ed altre anomalie e le eccezioni <sup>si dire</sup> indussero Enriques nei primi tempi, in via scherzosa, che, mentre la teoria delle curve algebriche, già composta in un tutto elegante e armonico, era certo creazione di Dio, la teoria delle superficie era invece creazione del diavolo. In seguito però egli si ricredette, avendo osservato che per le superficie vi sono "più recondite armonie".

Negli anni dal 1893 in poi si susseguono rapidamente lavori di Castelnuovo fra i più importanti. Il primo ~~di essi~~, del 1893, concerne la ~~dimostrazione~~ della razionalità delle involuzioni piane. La proprietà analoga per le involuzioni semplicemente infinite sulla retta era già nota da tempo (Luroth, 1875). Si trattava ora di stabilire se ~~l'~~insieme ~~dei~~ gruppi di punti di un piano, in numero doppiamente infinito, tale che vi sia un unico gruppo contenente un punto generico assegnato, poteva pur esso ~~mettersi~~ in corrispondenza <sup>birazionale</sup> ~~biunivoca~~ con l'insieme dei punti di un piano.

~~Castelnuovo~~ dimostra ~~che~~ che è realmente così ~~è ottenuta~~ facendo vedere che questo insieme <sup>di</sup> gruppi di punti, che ~~si può~~ a sua volta considerare come una superficie, gode di due proprietà, ciascuna delle quali non è di per sé sufficiente a concludere ~~la~~ razionalità ~~dell'involuzione~~; ma l'insieme delle due basta. Ricordo ancora le parole entusiastiche con cui Corrado Segre, durante le vacanze <sup>estive</sup> del 1893, mi annunciò in una sua lettera questo risultato: "Il forte ingegno del nostro Castelnuovo ha dimostrato in questi giorni la razionalità delle involuzioni piane", aggiungendo ch'egli sperava di introdurre questa dimostrazione nel suo corso di Geometria algebrica dell'anno 1893-94. ~~Non credo però che abbia potuto farlo,~~ perchè la dimostrazione esige <sup>non pochi</sup> ~~premesse~~ importanti, che non era possibile esporre tutte in un corso annuale di geometria superiore. Il risultato è tanto più notevole, in quanto <sup>è stato per</sup> ~~Enriques ha dimostrato~~ che l'analogia proprietà non sussiste nello spazio <sup>tre dimensioni</sup>.

Segue a breve distanza di tempo la determinazione delle condizioni di razionalità di una superficie algebrica, cioè delle ~~condi~~ zioni perchè <sup>una</sup> ~~tale~~ superficie possa mettersi in corrispondenza birazionale con un piano. Le curve razionali sono caratterizzate dall'aver il genere  $p$  eguale a zero. Era ovvio che per la razionalità di una superficie si doveva richiedere l'annullarsi, come

*era presumibile*

*qualche altra condizione; certo occorre pure*

pel piano, di entrambi i generi, geometrico e aritmetico; assicurarsi sulla nuova superficie l'operazione di ag-  
giunzione successiva a un sistema lineare di curva, la quale ha ca-  
rattere invariante rispetto a trasformazioni birazionali, avesse an-  
che termine, come nel piano. Sopra una superficie non piana la defi-  
nizione del sistema lineare aggiunto a un sistema dato è meno sem-  
plice che nel piano; sempre però le sue curve segano sulle curve  
del primo gruppi canonici; e questa proprietà, sotto certe condizio-

*uno dei successivi aggiunti con*

ni, basta a definirle. Se il sistema aggiunto a un sistema dato, oppure  
il sistema iniziale, così avviene per ogni altro sistema, ~~il~~ ~~che~~  
sistema differenza ~~dei due~~ (a meno di parti comuni a tutte le ~~sue~~ ~~loro~~  
curve) sono sistemi costanti, legati invariabilmente alla superficie,  
e si chiamano rispettivamente sistema canonico, bicanonico, ecc.  $P_g = 0$ , non esiste

~~sistema canonico~~; ~~ma può ancora esistere il sistema bicanonico~~, ~~ma questo avviene nel caso di una superficie~~ ~~occorre dunque ancora, e basta, che non esista il sistema~~  
~~operazioni di aggiunta successiva non ha termine. Per la razionalità~~  
~~bicanonico, vale a dire che sia nullo il bigenere  $P$ , rimossa delle ~~sue~~ curve bicanoniche~~

linealmente indipendenti.)  
del sistema canonico se questo esiste, ma esso può anche esistere  
senza che esista il sistema canonico, e bigenere è il numero delle  
curve bicanoniche linealmente indipendenti. Per la razionalità di  
una superficie occorre dunque ancora - e basta - sia pure  $P = 0$ . Poi  
Poiché l'annullarsi del bigenere porta come conseguenza l'annullarsi

del genere geometrico (ma non viceversa), le condizioni di razionali-  
tà di una superficie ~~sono date~~ *se riducono* dall'annullarsi del genere aritmetico  
e del bigenere ( $p_a = P = 0$ )\*. Questo è indubbiamente un altro risulta-  
to di primaria importanza, che solo un fortissimo ingegno poteva  
sbrigliare fuori da un materiale ancora astruso e nel quale mancava  
qualsiasi criterio di analogia. Per questa memoria e per un'altra:

Alcuni risultati sui sistemi lineari di curve appartenenti a una su-  
perficie algebrica, fu conferita a Castelnuovo la medaglia d'oro  
della Società (oggi Accademia Nazionale) dei XL, per l'anno 1896. Per  
dare un'idea delle difficoltà che Castelnuovo ha dovuto superare, in-  
questa ricerca, aggiungerò che oggi, a 56 anni ~~di distanza~~

\* Enriques ha dato un esempio interessante di superficie con  
 $p_a = p_g = 0$  e  $P = 1$ , perciò non razionale: la superficie di sesto ordine  
passante doppiamente per i 6 spigoli di un tetraedro. Su di essa i  
sistemi lineari di curve sono, a coppie, reciprocamente, l'uno  
aggiunto dell'altro (p. es. le sezioni piane, e le intersezioni con  
superficie di terzo ordine passanti semplicemente per gli spigoli  
del tetraedro) e hanno lo stesso sistema doppio (le intersezioni  
con superficie di ~~secondo~~ ~~ordine~~. Nel sistema doppio del secondo  
sistema sopracitato si fa astrazione dalle 4 faccie del tetraedro,  
parte fissa).

*esiste*

~~Non dare un'idea delle difficoltà che Castelnuovo ha dovuto superare in questa ricerca, e che gli ha permesso di ottenere~~

re l'importanza del risultato ottenuto da Castelnuovo, a 56 anni di distanza, se mi si chiedono le condizioni di razionalità d'una varietà a tre dimensioni, l'unica risposta possibile è "buio completo".

Nella memoria citata sui sistemi lineari di curve appartenenti a una superficie algebrica erano ~~contenute~~ <sup>menzionate</sup> proprietà delle superficie con restrizioni che Castelnuovo riteneva superflue, ma non era riuscito a eliminare. In ~~un'altra~~ <sup>una successiva</sup> ~~lunga~~ memoria del 1897 (Annali di Matematica) queste restrizioni sono state tolte. In questa nuova memoria è affrontata la duplice questione, che sopra una superficie irregolare la serie caratteristica di un sistema lineare completo, e la serie dei gruppi canonici ~~segati~~ <sup>legati</sup> sulle curve del sistema dal sistema aggiunto, possono essere incomplete. Senza entrare in dettagli mi limito a dire che i difetti di completezza di tali serie ~~sono~~ <sup>non possono superare la irregolarità della superficie</sup> ~~sono~~ <sup>non possono superare la irregolarità della superficie</sup> (tali serie sono invece complete sopra ~~sopra~~ sulla ogni superficie regolare).

Allo stesso anno 1897 appartiene un'altra memoria ~~di Castelnuovo~~ <sup>del titolo</sup> Sul genere lineare di una superficie e sulla classificazione cui esso dà luogo, suddivisa in varie note nei Rendiconti di questa Accademia. Il genere lineare era stato introdotto da Nöther come Curvengeschlecht, ossia "genere delle curve", e precisamente delle cosiddette curve canoniche <sup>già considerate</sup> (~~analoghe ai gruppi canonici sulle curve algebriche~~), che vengono segate sulla superficie data dalle aggiunte di ordine  $n-1$ . Questo è indubbiamente un carattere invariante. Ma la considerazione di esso era limitata alle superficie che contengono effettivamente curve canoniche, vale a dire con genere geometrico  $p_g > 0$ . Si era cercato di togliere questa limitazione

e definire il genere lineare per tutte le superficie, naturalmente in modo che per le superficie con curve canoniche

<sup>condotta allo stesso valore</sup>  
 nuova definizione ~~coincidesse~~ <sup>che</sup> la precedente. Già Enriques  
~~aveva fatto qualche passo in tale senso, ma il risultato completo~~  
~~venne dato solo da Castelnuovo, il quale~~ <sup>egli</sup> mostrò altresì come il  
 genere lineare si prestasse per una opportuna classificazione  
 delle superficie.

Nel 1900 la stessa nozione del genere lineare è stata ripre-  
 presa con altri argomenti, in una memoria comune di Castelnuovo e  
 Enriques. I risultati essenziali di questa memoria sono:

1°. Se sopra una superficie il procedimento di aggiunzione  
 applicato a qualsiasi sistema lineare ha termine dopo un numero  
 finito di operazioni, la superficie può trasformarsi birazionalmen-  
 te in una rigata, razionale o no. <sup>In particolare durante la superficie può essere</sup>

2°. E' pure riferibile a una rigata ogni superficie conte-  
 nente un sistema lineare di curve di genere  $p$  e di grado (numero  
 delle intersezioni variabili di due curve del sistema)  $n > 2p-2$ .  
 Questo risultato ne comprende parecchi altri già noti in prece-  
 denza. Castelnuovo ha anche dimostrato qualche anno dopo (1905)  
 che ogni superficie il cui genere aritmetico sia inferiore a  $-1$   
 può trasformarsi birazionalmente in una rigata;

3°. Risultati relativi alle curve eccezionali, cioè quelle  
 curve che con una trasformazione birazionale conveniente della  
 superficie possono mutarsi nell'intorno di un punto semplice; in  
 particolare possibilità di eliminare tutte le curve eccezionali  $\mathbb{P}$   
 per ogni superficie che non appartenga alla famiglia delle rigate;

4°. Sviluppo ulteriore della nozione di genere lineare e dei  
 cosiddetti invarianti relativi, i quali non cambiano valore nelle  
 trasformazioni birazionali che non introducono nè tolgono curve  
 eccezionali, ma variano di una unità per ogni curva eccezionale in  $\mathbb{P}$   
 più o in meno.

Nel 1901 Corrado Segre lanciò da Torino un S.O.S. matematico, affermando che la scomposizione di una trasformazione cremoniana fra due piani in un prodotto di trasformazioni quadratiche, dovuta essenzialmente a M. Noether e presupposta in lavori di vari geometri italiani dell'ultimo quarto di secolo, soffriva eccezione in un certo caso che occorreva perciò esaminare di nuovo. <sup>con che restasse</sup> Castelnuovo <sup>per momento in dubbio la validità dei risultati contenuti in questi ultimi lavori</sup> corse al salvataggio, mostrando per altra via che la scomposizione suddetta era pur sempre possibile.

A Castelnuovo è anche dovuta la dimostrazione del teorema (questi Rend. (5), Vol. 3°, gennaio 1894) : una superficie algebrica irriducibile, la quale dai piani di un sistema doppiamente infinito venga segata in curve riducibili, è rigata, oppure è la superficie di Steiner, del 4° ordine, con tre rette doppie concorrenti in un punto triplo. Per la nostra Accademia questo teorema ha un interesse storico, poiché ne <sup>ha</sup> avrebbe data notizia verbale (questi Rend. (4), Vol. 2°), senza enunciato preciso, un illustre nostro socio straniero LEOPOLD KRONECKER, nella seduta del 2 maggio 1886 manifestando l'intenzione di presentare in seguito, per l'inserzione nei Rendiconti una nota contenente l'enunciato preciso e la dimostrazione; ma questa nota non pervenne all'Accademia. E Kronecker morì nel 1891.

~~Devo ancora avvertire che l'estensione alle superficie del~~ <sup>in particolare degli integrali ovunque finiti detti di 1° specie</sup> concetto Riemanniano di integrale abeliano, si poteva fare secondo due linee diverse; si possono avere <sup>con</sup> integrali doppi a differenziale algebrico, quelli che avevano condotto Clebsch e Noether al concetto di genere geometrico; e <sup>con</sup> integrali semplici di differenziali totali algebrici, in particolare ~~di~~ integrali ovunque finiti, detti di 1<sup>a</sup> specie, dei quali <sup>ultimi</sup> uno dei sommi matematici francesi, EMILE PICARD, aveva fino del 1885 avviato lo studio. E a suo merito deve

ascriversi l'aver persistito in tale indagine, pur sapendo che essa presumibilmente ~~potrebbe~~ <sup>potrebbe</sup> concernere soltanto superficie particolari; p.es. non le superficie prive di singolarità, riguardate come generali sotto l'aspetto proiettivo. G. HUMBERT aveva a sua volta dimostrato (1893) che ogni superficie possedente un sistema algebrico di curve non contenuto totalmente in un sistema lineare (p.es. il sistema delle generatrici di una rigata irrazionale) ammette integrali semplici di ~~prima~~ <sup>1<sup>o</sup></sup> specie. Castelnuovo

~~peraltro~~ fino dal 1894 aveva espressa la presunzione che la famiglia delle superficie che ammettono integrali di Picard <sup>(non riducibili o</sup> coincidesse con quella delle superficie irregolari. Si presentava <sup>peraltro</sup> quindi

il duplice problema: un problema ~~puramente~~ qualitativo, stabilire la coincidenza o meno di queste famiglie di superficie; e, possibilmente, uno quantitativo, di stabilire relazioni tra il numero degli integrali semplici ovunque finiti appartenenti alla superficie e i generi di questa. La risoluzione completa di questo ~~duplice~~ <sup>duplice</sup> problema doveva però farsi attendere per dieci anni circa, e fu solo nel 1904-05 che si giunse al risultato ultimo, gloria essenzialmente italiana. Oltre a Castelnuovo ed Enriques vi ebbe parte essenziale un altro più giovane <sup>matematico</sup> ~~matematico~~ <sup>italiano</sup>, laureato

a Torino nel 1890, e che rapidamente fece suo quanto era già noto nella geometria sulle superficie, e vinse <sup>ulteriori</sup> ~~ulteriori~~ <sup>suoi</sup> ~~suoi~~ <sup>importantissimi</sup> ~~importantissimi~~ contributi. FRANCESCO SEVERI. Le famiglie di superficie

dianzi considerate coincidono; le superficie irregolari sono quelle stesse che ammettono integrali di ~~di~~ <sup>di</sup> Picard ovunque finiti, e sistemi continui di curve non contenuti <sup>totalmente</sup> in un sistema lineare; la irregolarità <sup>è</sup> ~~è~~ <sup>precisamente</sup> ~~precisamente~~ <sup>il</sup> numero degli integrali semplici di prima specie linearmente indipendenti che la superficie possiede; e il doppio di tale numero è quello degli integrali ~~xxxx~~ semplici linearmente distinti di seconda specie.

pur essendo allora soltanto all'inizio della sua brillantissima carriera;

Dalla teoria geometrica della superficie

L'ultimo passo nel problema quantitativo è dovuto appunto a Castelnuovo. Sopra una superficie di irregolarità  $q = p - p_a$  un sistema lineare completo regolare, cioè di dimensione  $r = n - p + 1 + p_a$ , è contenuto in un sistema algebrico  $\infty^{r+q}$ , costituito da  $\infty^q$  sistemi lineari  $\infty^r$ . Ogni curva di questo sistema algebrico appartiene ad uno e uno solo dei detti sistemi lineari, i quali possono considerarsi a loro volta come elementi di una varietà algebrica  $\infty^q$ , che Castelnuovo ha chiamata varietà di Picard connessa colla superficie irregolare considerata, e che è stata parte importante della ricerca che ha condotto ai risultati <sup>ultimi</sup> dianzi accennati. Se si pensa che i gruppi di  $n$  punti di una curva algebrica sono in numero di  $\infty^n$  e (almeno per  $n \geq 2$ ) si distribuiscono in  $\infty^p$  serie lineari complete di dimensione  $n - p$ , è la irregolarità di una superficie <sup>che</sup> appare essere estensione del concetto di genere di una curva algebrica, mentre prima si era ritenuto che <sup>questa</sup> ~~tale~~ proprietà spettasse essenzialmente al genere geometrico!

Però certe anomalie che si riscontrano nel passaggio dalle curve alle superficie non si ritrovano nel passaggio dalle superficie a varietà di tre o più dimensioni. Castelnuovo e Enriques hanno infatti dimostrato (Ann. Ec. Norm. Sup. (3), Vol. 22, 1906) che il numero degli integrali semplici distinti di prima specie appartenenti a una varietà a tre ~~o più~~ dimensioni eguaglia quello degli integrali semplici analoghi appartenenti a una superficie sezione della varietà ~~spessa~~ <sup>appartiene</sup> con uno spazio lineare, e più generalmente a ogni superficie variabile in un sistema lineare almeno  $\infty^2$  a intersezioni variabili irriducibili.

Pure a Castelnuovo e Enriques cumulativamente sono dovute alcune ~~successive~~ relazioni sullo sviluppo, fino a determinati momenti, della <sup>geometria</sup> ~~teoria~~ della superficie:

1°. L'articolo: "Sur quelques récents résultats dans la théorie des surfaces algébriques", ~~articolo~~ richiesto dalla direzione dei Mathematische Annalen e ivi pubblicato (Vol. 48, 1896). Quest'articolo che contiene pure proprietà delle curve algebriche, ~~nello~~ stadio di preparazione e era designato col nome tedesco di "~~Schrift~~"; ~~fu però redatto in francese~~ e porta la data del fidanzamento di ~~un~~ Castelnuovo colla sorella di Enriques, 13 febbraio 1895; —

2°. L'articolo: "Sur quelques résultats nouveaux dans la ~~théorie~~ théorie des surfaces algébriques", in appendice al 2° volume (1906) del "Traité des fonctions algébriques de deux variables indépendantes" di E. Picard e G. Simart.

3° e 4°. I due articoli della Encyclopédie Der Mathematischen Wissenschaften; ~~uno~~ "Grundeigenschaften der algebraischen Flächen" (1908) e: "Die algebraischen Flächen vom Gesichtspunkt der birationalen Transformationen aus" (1914). A questo proposito è opportuno ricordare che nella prefazione ai volumi di geometria redatta dal <sup>Fred</sup> FRANZ MEYER nel 1923, quasi nell'immediato dopoguerra della prima guerra mondiale, <sup>ricominciato</sup> è detto esplicitamente che nell'ultimo quarto del secolo XIX il primato nella geometria era passato dalla Germania all'Italia; che ci sarebbe voluto <sup>una grande sforzo</sup> molto tempo e molto faticoso lavoro per <sup>ricompensare</sup> riguadagnare anche solo in parte il vantaggio che l'Italia aveva ~~ormai~~ conseguito; e si esprimevano i più vivi ringraziamenti agli scienziati italiani che avevano contribuito coi loro articoli a che l'Enciclopedia potesse dare una buona <sup>visione</sup> d'insieme su tutta la geometria.

Alcune ricerche sulle funzioni abeliane, da tempo iniziate allo scopo di chiarire ed estendere risultati di G. Humbert sulle funzioni iperellittiche singolari, furono pubblicate da Castelnuovo nel 1921 nei Rend. di questa Accademia; da ciò indotto da

! (Guarì 1500 rs. anz. 800, <sup>circa</sup> più del 30%)

conversazioni avute quell'inverno con S. Lefschetz. M. J. J.

Un'ultima nota di geometria algebrica sul numero dei moduli di una superficie irregolare, è del 1949 (<sup>Rend. di</sup> ~~questi~~ ~~Accad.~~ (8), Vol. 7°.).

† Dopo risolti importanti problemi di geometria sulle superficie algebriche, segnandovi vere pietre miliari, Castelnuovo rivolse l'attenzione ad altre questioni, essenzialmente di filosofia naturale, dimostrando una mentalità non solo matematica, ma ~~anche~~ <sup>anche</sup> (raro accoppiamento) profondamente fisica.

Nell'articolo: "Il valore didattico della matematica e della fisica" (Scientia, Vol. 1°, 1907) Egli giustamente rileva che col voler dimostrare logicamente ciò che è evidente all'intuizione, si scredita sia il ragionamento, ~~che~~ <sup>di</sup> cui non è questo l'ufficio, sia l'intuizione, di cui si disconosce l'immenso valore. Di ogni ~~di~~

*Importa piuttosto ~~anche~~ rinviare nell'allievo la fantasia creativa, felice accordo dell'intuizione e dello spirito di astrazione.*

Inoltre di questa teoria fisica occorre mettere in evidenza il carattere relativo e provvisorio; provvisorio, finchè le ipotesi fatte si prestano a spiegare i fenomeni noti, e prevederne dei nuovi. ~~La scienza~~

S. L. *Pochi anni dopo, nel discorso inaugurale dell'anno accademico 1913-14: Antiche e moderne vedute sulle leggi naturali, Egli mette in evidenza il diverso carattere di queste leggi: deterministiche le prime, statistiche e probabilistiche le altre. <sup>Le altre</sup> ~~queste ultime~~, alle quali è appunto applicabile il calcolo delle probabilità. E a quest'ultimo argomento Egli dedicò il corso superiore dell'anno successivo (1914-15).*

*dal quale per ulteriore elaborazione nacque il suo classico trattato: Calcolo delle probabilità (1919). Di questo si rese necessaria pochi anni dopo una seconda edizione, ampliata, in due volumi (1926-28), ed era ora arrivata una terza edizione. Trattato universalmente apprezzato, inteso soprattutto a ~~mettere~~ chiarire i principi del detto calcolo, e a mettere in chiaro ~~particolare~~ l'opera della Scuola russa (Tchebycheff e discepoli). Quanto a chiarire i principi, Egli distingue nettamente ~~ad~~ la nozione astratta di probabilità da quella empirica di frequenza; e mostra la necessità, quando si voglia applicare la teoria astratta a fenomeni concreti, di legare le due nozioni con un postulato. <sup>cci</sup> ~~questo proposito conviene ricordare che nel~~*

Nel ~~1932~~ 1932 Castelnuovo fu invitato a tenere due conferenze a Parigi, all'Institut Henry Poincaré, due conferenze, che ebbero come temi: Sur le problème des moments e Sur quelques questions de géométrie et d'arithmétique asymptotiques. Pagn. p. 24



Fra gli articoli di divulgazione dovuti a Castelnuovo vanno particolarmente ricordati i due della Rivista "Scienza": Determinismo e probabilità (Vol. 53, 1933) e IL principio di causalità (Vol. 60, 1936). La meccanica di Galileo e Newton nei due secoli precedenti il nostro rappresentava la forma più perfetta di scienza deterministica. Ma Planck (1900) studiando la distribuzione dell'energia nello spettro della luce emessa da un corpo incandescente; Einstein nello studio dei fatti che si presentano quando un raggio di luce colpisce un metallo; Bohr nell'acuta analisi sua e della sua Scuola del modello planetario dell'atomo di Rutherford, imposero la ricerca di una nuova teoria coerente, che ~~fu~~ la meccanica quantistica (L. de Broglie, Schrödinger).

Heisenberg mostrò che qualunque mezzo adoperato per misurare il cammino percorso da un corpuscolo mobile ne altera la velocità; e cercando di ridurre a zero l'errore della prima valutazione, tende all'infinito l'errore nella valutazione della velocità (principio di indeterminazione). ~~Ciò~~ <sup>Ciò</sup> condusse alla conclusione che, mentre per i sistemi macroscopici, composti da un numero enorme di particelle, sono ancora possibili previsioni, sia pure di tipo statistico, ma con probabilità praticamente equivalente alla certezza, nella meccanica corpuscolare, per sistemi di pochi atomi od elettroni, per <sup>le quali</sup> ~~le~~ le probabilità dei diversi stati futuri hanno ordini di grandezza comparabili, l'incertezza è inevitabile; e possiamo solo determinare la probabilità che un sistema evolva in uno dei modi compatibili coi dati che si hanno sul suo stato iniziale.

Heisenberg  
non  
ex capite

*a capo*

Castelnuovo si è molto interessato e occupato della Teoria della relatività di Einstein; a chiarirne e divulgarne il significato fisico e matematico ha dedicato il volume: Spazio e Tempo secondo le vedute di Alberto Einstein (1923), la voce Relatività (Teoria della) nella Enciclopedia Treccani, e parecchi articoli e conferenze.

Castelnuovo era Membro di tutte le principali Accademie Italiane, e di parecchie straniere; dal 1905 era corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Parigi. Nel 1905 conseguì (insieme coll'Angelini) il premio Reale per la Matematica. Nella Facoltà di Scienze di Roma ebbe successivamente diversi incarichi, e dopo morto Cremona (1903) per parecchi anni quello di geometria superiore. Desideroso di circondarsi in Facoltà di elementi valenziani, anche giovani, appoggiò vivamente la chiamata di Corbino da Messina; e successivamente quella di Levi Civita da Bologna, Enriques, Severi. *Ulteriori testimonianze dell'azione sua in Facoltà,*

~~Roma~~, seguendo l'evoluzione del tempo, ~~rimangono testimonianze~~ sono, fra altro, la creazione della cattedra di Fisica teorica, della quale fu Enrico Fermi il primo titolare, e ~~della Scuola di Scienze Statistiche e attuariali~~, <sup>in seguito ai suoi corsi</sup> ~~della Scuola di Scienze Statistiche e attuariali~~, oggi Facoltà di Scienze Statistiche, demografiche e attuariali. ~~Nella facoltà stesso ebbe successi-~~

*Dopo aver diretto per parecchi anni la Biblioteca corporale della Scuola di Matematica e della Scuola d'ingegneria nella vecchia sede di S. Pietro in Vincoli, presiedette alla sua divisione per i due Istituti, e cooperò attivamente alla costruzione nella lotta universitaria del nuovo Istituto Matematico, che volle rispondesse alle esigenze di un grande centro scientifico.*

*a capo*

Durante l'ultima guerra Castelnuovo si occupò attivamente dell'organizzazione di corsi universitari per gli studenti israeliti, e ottenne che <sup>gli studenti</sup> quelli di ingegneria potessero proseguire gli studi presso l'Institut technique supérieur di Fribourg (Svizzera). ~~Ma quei~~ <sup>corsi</sup> ~~corsi~~ furono poi ritenuti validi anche dalle Università Italiane.

Dopo la liberazione di Roma, nel Giugno 1944, fu R. Commissario al Consiglio delle Ricerche, e in seguito, nel Consiglio stesso, Presidente del Comitato per la Matematica e Fisica. E già nel 1945 cominciò a occuparsi della ricostituzione di questa Accademia.

Castelnuovo fu vero appassionato Maestro, efficace e suggestivo; educatore nel più ampio senso della parola; l'opera sua fu altamente feconda e benefica; nei suoi allievi la gratitudine è pari all'altissima ammirazione; tutti ricambiavano largamente l'affetto vivissimo che Egli loro portava.

comp

Come uomo, fu buono e retto; credo che queste due parole ri-  
specchino le sue qualità essenziali. Dotato di profondo senso  
di umanità, di scrupolosa rettitudine, di modestia e simplici-  
tà non disgiunta dalla coscienza del suo valore; spirito equi-  
librato, sereno, obiettivo.

si dopo

Nominato nel 1949, dal Presidente della Repubblica, Senatore  
a vita per i suoi altissimi meriti scientifici, in base all'art.  
59 della Costituzione, forse ~~mai~~ altra nomina ebbe così largo,  
unanime, universale consenso. E in pari tempo, come ben disse  
in Senato il Sen. Ruini, Egli a più di 84 anni sentì il dovere,  
come Membro del Parlamento, di vivere più attivamente la vita  
politica del Paese, vagheggiando e dando opera alla formazio-  
ne di un movimento di spiriti liberi e indipendenti; critici, ma  
di una critica costruttiva. E' certo desiderabile che questa sua  
iniziativa possa a lui sopravvivere. La Presidenza di questa Ac-  
cademia e la nomina al Senato <sup>gli diedero modo</sup> ~~lo portarono~~ in questi ultimi anni  
~~a contatto con~~ <sup>in esplicita iniziativa e attività in</sup> più vasti ambienti, di che egli appariva a buon  
diritto molto soddisfatto.

Oggi da questa aula, dove sono raccolte le maggiori Autorità  
del Paese, vada a Lui il saluto memore e riconoscente degli al-  
lievi, dei colleghi, dell'Accademia, dell'Italia nostra, della  
quale Egli fu cittadino altamente benemerito.

X | Nella seduta del 25 Marzo 1888 della Facoltà di Scienze della Università di Roma in occasione del passaggio del Prof. ~~Introvatore~~ <sup>Introvatore</sup> Dino da quella facoltà alla cattedra di geometria descrittiva dell'Università di Napoli, venne pregato il Prof. Cremona di assumere l'insegnamento della geometria analitica e proiettiva, per cui attuare l'idea da lui suggerita e, dalla Facoltà favorevolmente accolta, di fondere le due ~~simmetriche~~ <sup>simmetriche</sup> analitica e proiettiva. —

La riunione di tali due corsi tradizionali in un unico insegnamento (oggi applicate in tutte le nostre università) era ~~stata~~ intesa ad evitare sia un eccessivo frazionamento di corsi, sia ripetizioni in quanto

per es. la teoria delle caniche e talvolta  
delle quadriche venivano scolti  
in tutto i corsi suddetti. —

I ~~castellani~~ Nel 1891

castellani visse —